# DE LA MISE EN COMMUN A LA MISE EN DIALOGUE

Valérie Batteau, Stéphane Clivaz

HEP Vaud, UER MS, 3LS, Lausanne, Suisse

Après la résolution d'un problème mathématique, le moment de mise en commun des procédures, idées et résultats obtenus par les élèves est difficile à gérer tant au niveau de la construction collective des connaissances qu'au niveau organisationnel. Nous développons et illustrons comment des enseignant·e·s de primaire (élèves de 4 à 11 ans) et secondaire 1 (élèves de 12 à 15 ans) mettent en dialogue les procédures des élèves pour construire collectivement les connaissances visées par le problème.

Mots-clés : mise en commun, mise en dialogue, *neriage*

La didactique des mathématiques francophone s'est intéressée aux processus de dévolution et d'institutionnalisation afin d'identifier comment évoluent et se construisent les connaissances des élèves pendant une leçon de mathématique (par exemple Allard, 2015 ; Coulange, 2013). Ainsi, des phénomènes de « transparence » des savoirs (Margolinas & Laparra, 2011) et d'« incidence » des savoirs (Coulange, 2011) ont été identifiés. Le processus d'institutionnalisation se déroulant tout au long de la leçon de mathématiques, nous considérons que la construction collective des connaissances lors de la mise en commun fait partie intégrante de ce processus. Cet article vise à montrer comment le moment de mise en commun contribue et rend possible la construction collective des connaissances. En particulier, cet article met en lumière comment la construction des connaissances visées se réalise par les mises en lien entre procédures et quelles en sont les conditions.

La comparaison de pratiques enseignantes dans les contextes suisse et japonais (Batteau, 2021 ; Clivaz & Miyakawa, 2020) nous amène à introduire une nouvelle notion de *mise en dialogue* des procédures, idées et résultats des élèves qui précise et étend la notion de mise en commun. L'idée est que la connaissance visée par le problème peut émerger du dialogue entre procédures alors qu'elle n'est pas contenue dans une seule procédure. Ainsi le dialogue orchestré par l'enseignant·e entre deux procédures vise à produire plus de connaissances que celles contenues séparément dans chacune d'elle.

La première partie propose quelques éléments théoriques présentant les enjeux de la mise en commun et de la mise en dialogue des procédures. La deuxième partie illustre deux exemples de construction collective des connaissances par la mise en dialogue des procédures de résolution pour un problème soustractif au primaire et pour un problème d'algèbre au secondaire 1. Ces deux leçons (d'une ou deux périodes de 45 minutes) ont été construites en commençant par la préparation et l'anticipation de la mise en dialogue des procédures. Nous discutons les résultats et observations de ces expérimentations dans la partie suivante. Nous terminons par des perspectives pour la recherche et la formation et une brève conclusion.

## MISE EN COMMUN ET MISE EN DIALOGUE : CADRAGE THÉORIQUE

Cette partie commence par une brève revue de littérature sur la mise en commun et identifie les difficultés d'enseignement d'ordre épistémologique et pragmatique. La phase collective appelée *neriage* dans le contexte japonais est ensuite introduite pour présenter l'origine de l'idée de *mise en dialogue*. La dernière partie explicite en quoi la mise en dialogue prolonge et se distingue de la mise en commun.

### La mise en commun

Le moment de mise en commun fait l'objet de recherches en Suisse et en France (Batteau, 2021 ; Pilet & al., 2019). Il en ressort qu'organiser les institutionnalisations en lien avec les mises en commun des procédures des élèves est peu observé et constitue une activité difficile pour les enseignant·e·s. Dans le contexte suisse (Batteau, 2018 ; Tièche Christinat & Delémont, 2005), les pratiques enseignantes ordinaires tendent à être individualisées, souvent sous forme d'atelier, ce qui rend difficiles les phases d'enseignement collectif telles que les mises en commun et les institutionnalisations, car les élèves n'ont pas eu les mêmes tâches à réaliser pendant la même période de mathématiques. Dans le contexte français d'éducation prioritaire, Charles-Pézard *et al.* (2012) ont mis en évidence que les enseignant·e·s primaires réalisent peu de hiérarchisation des procédures des élèves avec organisation de synthèses contextualisées, suivies d'institutionnalisation des savoirs en jeu dans la situation.

## La phase de *neriage*

L'idée de mise en dialogue émerge de la comparaison de l'enseignement des mathématiques dans les contextes japonais et suisse (Clivaz & Miyakawa, 2020). Dans le contexte japonais, la phase collective qui suit la résolution du problème par les élèves est appelée *neriage* (prononcé nériagué).

> *Neriage :* Les diverses idées des élèves sont présentées au tableau, pour être comparées les unes aux autres […]. Le *neriage* n'est pas une simple présentation successive des méthodes de résolution des élèves. Ce terme décrit la nature dynamique et collaborative d'une discussion en classe entière au cours de la leçon. […] Le rôle de l'enseignant n'est pas de faire ressortir la meilleure solution, mais de guider la discussion des élèves vers une idée unificatrice et vers un nouveau concept mathématique. (Shimizu & al., 2022, p. 278)

Le *neriage* participe à la construction collective des connaissances qui sont résumées dans la phase suivante de synthèse (appelée *matome*). Pour les enseignant·e·s japonais·e·s de primaire, la phase de *neriage* représente le moment le plus important de la leçon en temps accordé et en importance, contrairement aux enseignant·e·s suisses (Clivaz & Miyakawa, 2020). Cette phase s'appuie sur un véritable art de préparation et de réalisation du tableau noir, le *bansho* (Baldry & al., 2022 ; Tan, 2021). Les recherches (Batteau & Miyakawa, 2020 ; Clivaz & Miyakawa, 2020) montrent l'importance accordée par les enseignant·e·s aux mises en commun dans les leçons de mathématiques.

## La *mise en dialogue*

Lors d'une mise en commun, les élèves sont amenés à présenter leurs idées, solutions et procédures. Quand la mise en commun est réalisée sous la forme d'une mise en dialogue, elle ne vise pas de hiérarchisation des procédures. Pour nuancer les travaux (Charles-Pézard & al., 2012) qui avancent l'idée de hiérarchisation des procédures lors de mise en commun afin de développer les connaissances visées, nos expérimentations nous montrent que ce n'est pas tant la hiérarchisation des procédures qui participe à la construction collective des connaissances que la mise en dialogue et les liens qui sont faits entre les procédures et entre les registres de représentations qui le permet.

Nous avons fait le constat lors de formation continue d'enseignant·e·s du primaire qu'elles·ils reconnaissent que ce moment de mise en commun est difficile à gérer, mais qu'elles·ils pensent connaître et maîtriser les gestes professionnels nécessaires à son bon déroulement. Nous avons ainsi vu la nécessité d'introduire cette notion de mise en dialogue pour former les enseignant·e·s à de nouveaux gestes professionnels, spécifiques à cette modalité de mise en commun.

## DEUX EXEMPLES DE MISE EN DIALOGUE

### Mes problèmes préférés : une mise en dialogue en 5H

**Contexte, préparation de la leçon et de la *mise en dialogue*.** Lors d'une formation post-grade de la HEP Vaud[1], un groupe d'enseignantes vaudoises travaillant sous forme de lesson study (Clivaz, 2015) a construit, expérimenté et analysé une leçon autour des problèmes additifs en 5H[2], en mettant l'accent sur la phase de mise en commun, plus particulièrement sur le dialogue entre les représentations du problème et les procédures de résolution. De fait, le groupe a planifié la leçon en partant de la mise en commun, les choix concernant la façon de donner les consignes ou la phase de recherche étant conditionnés par cette dernière partie de la leçon.

Combien la chaussure de Fabien mesure-t-elle de plus que celle de Dominique ?


Fig. 1 : Le problème proposé (d'après CIIP, 2021)

Les objectifs mentionnés par le plan de leçon (Chaubaroux & al., 2022) étaient de travailler les schémas en barres (Clivaz & Dindyal, 2021 ; Clivaz & al., 2021) dans le domaine de la résolution de problèmes additifs de comparaison, afin que les élèves parviennent à une meilleure représentation des problèmes additifs.

Le plan de leçon, s'appuyant sur la planification du tableau noir, précise (voir les numéros correspondant dans la Fig. 2) :

> Pour la mise en commun, l'enseignant·e devra afficher au tableau une image agrandie du schéma des chaussures, ainsi que les barres (bandes magnétiques).
> 1. Classer les stratégies des élèves selon l'opération choisie : addition ou soustraction (étiquettes avec les noms des élèves). A ce stade, pas de discussion sur ce qui est correct ou non.
> 2. Placer les dessins des chaussures et les longueurs : que cherche-t-on ? Peut-on le voir sur le dessin ?
> 3. En vue de simplifier : on remplace les chaussures par des barres : mettre les barres puis enlever les chaussures. Que cherche-t-on ?
> 4. Souligner chaque nombre des écritures arithmétiques avec les mêmes couleurs que les barres.
> 5. Pour chaque écriture, faire le lien entre l'écriture arithmétique et le schéma en barres. Enlever et remettre la barre correspondant à l'opération effectuée. Discuter et écarter les écritures ne correspondant pas aux barres. (Chaubaroux & al., 2022, p. 8-9)

[1] Il s'agit du CAS Innovations pour l'enseignement des mathématiques. Le groupe était formé de Nicole Deruaz, Loriane Perreten, Corinne Zoller, Sophie Chaubaroux, Célia Roduit, Gaëlle Weislo, Deborah Grosjean et Stéphane Clivaz. Le plan de leçon produit par ce groupe (Chaubaroux & al., 2022) est disponible sur le site du laboratoire 3LS (3LS.hepl.ch) ou via ce QR code

[2] Grade 3 en degrés internationaux, CE2 en France, élèves de 8-9 ans.

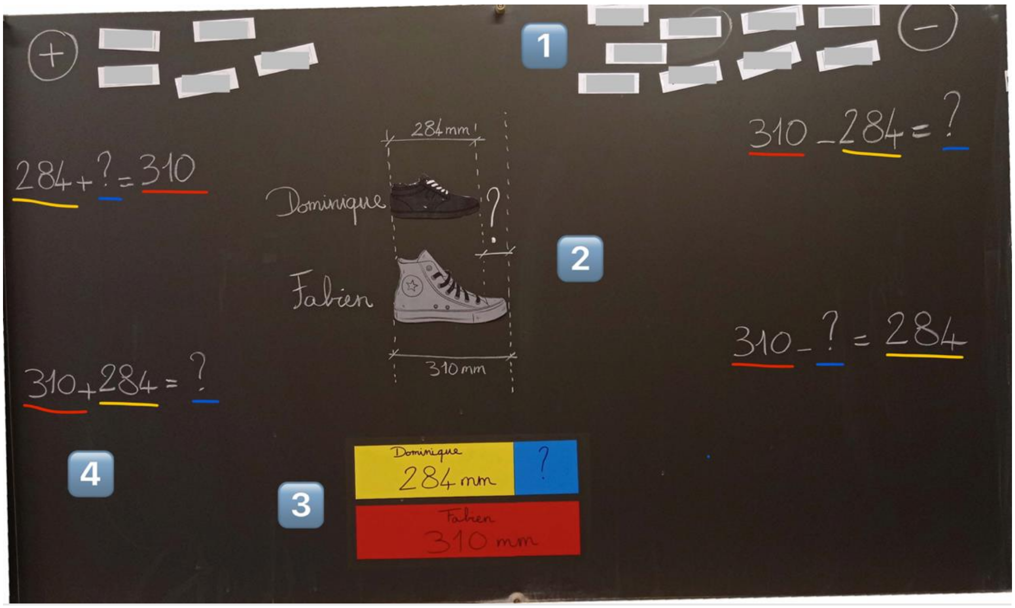



Fig. 2: Le tableau noir à la fin de la mise en commun.
Les numéros se réfèrent aux étapes de la mise en dialogue des procédures

**La mise en dialogue réalisée.** La mise en commun s'est déroulée en classe de manière très similaire à celle figurant dans le plan de leçon. Elle a duré 24 minutes pour une leçon d'environ 60 minutes. On peut remarquer plusieurs éléments.

L'usage des étiquettes magnétiques avec les noms des élèves permet de présenter une seule réalisation de chaque procédure, tout en permettant à chaque élève de situer la procédure qu'il a utilisée. De plus, au cours de la discussion, suite aux arguments échangés, certains élèves choisissant de « changer de procédure » peuvent demander que leur étiquette soit déplacée.

Chaque zone du tableau noir représente une procédure. Dans la Fig. 3 nous avons indiqué les procédures liées à des représentations et à des procédures de résolution. Nous avons ajouté l'énoncé du problème qui aurait pu figurer au tableau.

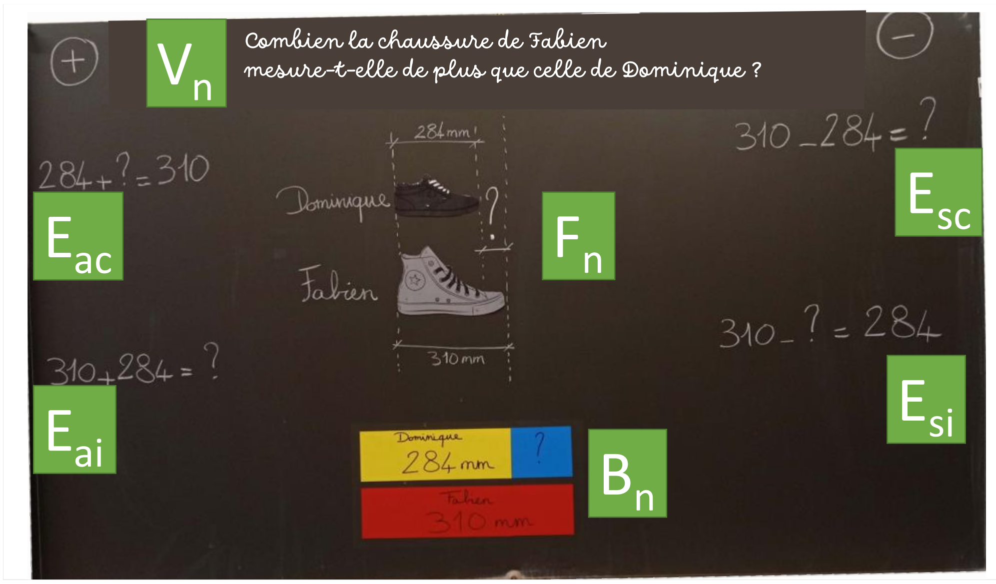



Fig. 3 : Représentations et procédures de résolution

Les représentations sont verbale (V), schématique figurative (F), schématique en barres (B) ou en écriture arithmétique (E). Elles représentent une stratégie additive (a), soustractive (s) ou indifféremment additive ou soustractive (n) ; pouvant être correcte (c) ou incorrecte (i).

La mise en dialogue a été pensée et réalisée en plusieurs étapes. Dans une première étape (1, 2 et 3 ci-dessus), les trois représentations verbale, figurative et en barres ont été comparées et la discussion, animée par l'enseignante sans qu'elle ne prenne position, a conduit à partager le constat qu'elles représentaient la même situation. Dans une deuxième étape (4 ci-dessus), en dialogue entre l'enseignante et la classe, des couleurs jaune, bleue et rouge ont été ajoutées aux quatre écritures arithmétiques afin de faire les liens possibles entre les écritures arithmétiques et le schéma en barres. Dans un troisième temps (5 ci-dessus), l'enseignante a posé la question de savoir si chaque écriture arithmétique correspondait effectivement au schéma en barres. Le débat, et les arguments produits ont conduit à éliminer les écritures $E_{ai}$ (ne correspond pas à la situation) et $E_{si}$ (choisie par aucun·e élève). Durant ce moment, les termes étaient désignés verbalement par les couleurs (le jaune plus le bleu égal le rouge) et non par les nombres. Dans un quatrième temps, une élève est allée au tableau afin de montrer à quelle action correspond l'écriture $E_{ac}$ 284 + ? = 310 : la barre jaune et la barre rouge sont posées et je me demande combien vaut la barre bleue à ajouter à la jaune pour avoir la même longueur que la rouge. Un autre élève a ensuite mimé l'action correspondant à l'écriture $E_{sc}$ 310 – 284 = ? : les trois barres sont posées : pour savoir ce que vaut la barre bleue, je peux enlever la barre jaune.

Le moment collectif est pensé comme un dialogue : dialogue entre l'enseignante et les élèves et entre élèves, et surtout dialogue entre les représentations du problème. Chaque élément du dialogue entre les représentations du problème est planifié et réalisé, à la fois comme une verbalisation et comme une action ou une écriture au tableau. Cette planification avait été faite par le groupe et par l'enseignante avant la leçon, sous forme de plan du tableau tel qu'il apparaîtrait aux moments clés de la mise en commun. Mais la conduite du moment collectif s'est aussi appuyée sur l'observation des élèves pendant le moment de recherche individuelle. De fait, l'activité principale de l'enseignante durant cette phase de recherche a été d'observer les élèves et de noter à côté de chaque procédure attendue quel élève l'avait utilisée.

Lors de leurs réflexions collectives à l'issue de la leçon, telles que reflétées dans le plan de leçon, les membres du groupe ont mis ces éléments en évidence.

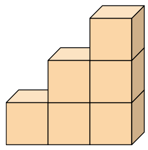
> La mise en commun que nous avons travaillée va bien au-delà d'une présentation des procédures. Elle vise une mise en dialogue entre les représentations du problème (avec des mots, avec des écritures arithmétiques, avec un dessin, avec un schéma en barres) et les opérations en jeu (addition, addition lacunaire, soustraction, soustraction lacunaire). Ce dialogue entre élèves est rendu possible par la présence au tableau de ces représentations et de ces opérations. L'enseignant·e orchestre ce dialogue et met visuellement en évidence ces liens quand ils apparaissent. Les élèves sont personnellement impliqués par l'utilisation au tableau des étiquettes avec leur prénom.
>
> L'organisation de la mise en commun et la mise en dialogue des procédures est permise par
>
> - l'anticipation des procédures des élèves
> - le recueil de celles-ci durant la phase de travail individuel (l'enseignant·e note quel·le élève a utilisé quelle procédure)
> - la planification du tableau noir
> - l'adaptation du déroulement de la mise en commun aux procédures effectivement utilisées par les élèves et par leurs apports lors de la mise en commun. (Chaubaroux & al., 2022, p. 10-11)

## Escaliers : une mise en dialogue en 10 VP

**Contexte**. Une équipe composée des deux auteur·e·s de cet article et d'une enseignante de mathématiques expérimentée s'est réunie pendant une séance de deux heures pour préparer une leçon de mathématiques en secondaire 1 dans une classe de 10 VP[3] dans un établissement secondaire vaudois. L'objectif de cette expérimentation est d'illustrer la mise en dialogue en secondaire 1. L'équipe a choisi le problème de pattern Escaliers (Corminboeuf & al., 2012, FA2, p. 68 ) qu'elle a modifié en ne conservant que le premier escalier pour pouvoir accorder un temps suffisant aux discussions collectives et à la mise en dialogue. La leçon a duré 65 minutes.

**FA2 Escaliers**

Comment déterminer efficacement le nombre de cubes nécessaires à la construction d'un escalier de 1500 marches de hauteur ?



Escalier de 3 marches de hauteur

Fig. 4 : Problème de l'escalier adapté de Corminboeuf *et al.* (2012, FA2, p. 68)

**Préparation de la leçon et de la mise en dialogue.** L'objectif de la leçon est d'une part de travailler les liens entre une représentation géométrique et une écriture arithmétique, et d'autre part de généraliser ceci en établissant une expression algébrique. Pour préparer la leçon, l'équipe a commencé par anticiper la mise en dialogue des procédures, en identifiant les procédures géométriques et arithmétiques attendues ainsi que les liens entre elles. L'équipe a ainsi planifié en esquissant à la main sur un plan du tableau noir ce que l'enseignante allait écrire au tableau et proposer aux élèves. Cette esquisse a ensuite été réalisée en version informatique par un des membres de l'équipe (Fig. 5) et chaque étape est brièvement commentée dans un plan de leçon donnant le déroulement suivant. L'exemple de la consigne est affiché au tableau (en format A3). L'enseignante donne la consigne à lire individuellement, puis l'écrit au tableau, la commente et propose après quelques minutes de chercher par groupes de deux élèves le nombre de cubes pour un escalier de 20 marches (remplace 1500 par 20 en haut à gauche du tableau). Les procédures arithmétiques attendues sont l'écriture des 20 premiers entiers dont la somme fait 210, résultat attendu en posant l'addition en ligne (1ère ligne au centre du tableau sur la Fig. 5). La 2ème procédure attendue (Fig. 5, 2ème ligne) est un regroupement des termes deux par deux dont la somme fait 20. La 3ème procédure attendue (Fig. 5, 3ème ligne) est une procédure experte : un regroupement des termes deux par deux en partant des extrémités. Cette procédure est illustrée géométriquement (Fig. 5, en haut du panneau de droite). Pour des raisons de visibilité au tableau, l'équipe a prévu de réaliser les procédures géométriques avec un escalier de 6 marches (et non de 20). Nous relevons que lors de la leçon cela n'a posé aucun problème aux élèves dans leur raisonnement, voire même cela a probablement favorisé une certaine généralisation de l'exemple. La 4ème procédure attendue est la double somme des 20 premiers termes dans le sens croissant et décroissant (4ème et 5ème ligne du centre du tableau). Les additions en colonnes font apparaître le terme 21, 20 fois (6ème ligne du centre du tableau). Cette procédure est illustrée géométriquement (en bas du panneau de droite) en superposant deux escaliers de sorte à faire apparaître les regroupements 20+1, 19+2... verticalement. Il

---

[3] La classe de 10 VP correspond au Grade 8 dans le système international (4ème dans le système français). Les élèves inscrits en voie pré-gymnasiale (VP) se destinent à suivre une maturité gymnasiale (avec possibilité de poursuivre un cursus universitaire), contrairement aux élèves inscrits en voie générale (VG de niveau 1 et 2) qui se destinent principalement à l'apprentissage, ou aux écoles de culture générale et de commerce des gymnases ou de maturité professionnelle. (DGEO, https://www.vd.ch/fileadmin/user_upload/organisation/dfj/dgeo/fichiers_pdf/depliants/DGEO_Cycle3.pdf).

s'agit de repérer que le terme 21 correspond à la hauteur du rectangle et comme il y a 20 fois le terme 21, la largeur du rectangle est de 20 cubes.

L'équipe a ensuite prévu de demander de calculer le nombre de cubes pour un escalier de 1500 marches puis pour un nombre quelconque de marches (appelé $n$ ). L'équipe a planifié que l'enseignante, sur dictée des élèves, écrive au tableau l'expression algébrique permettant de trouver le nombre de cubes pour un escalier de $n$ marches (centre du tableau en bas), puis de faire ressortir les éléments à retenir (encadré en bas du panneau de gauche).

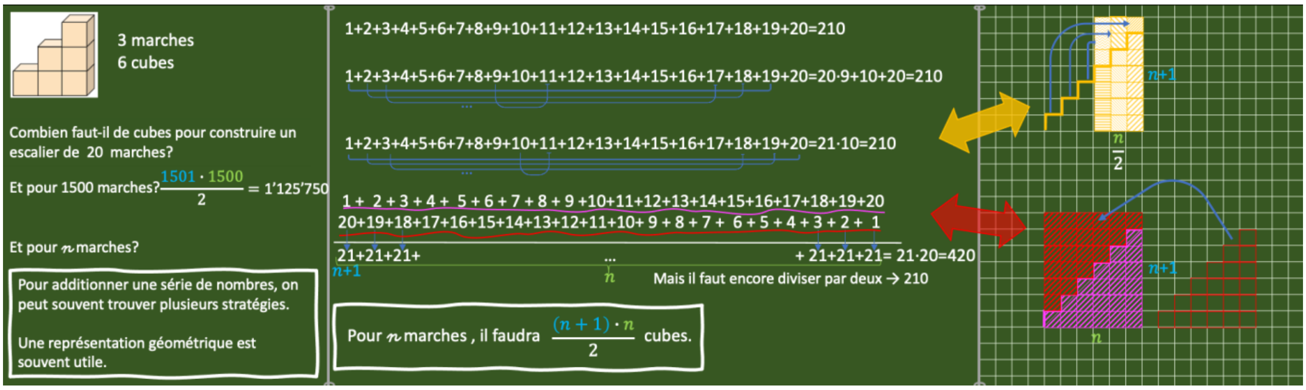



Fig. 5 : Planification du tableau

**Déroulement de la leçon.**

La Fig. 6 illustre le déroulement de la leçon par modalité de travail (individuel, en groupe ou en collectif) et par phase (consigne, mise en commun, recherche des élèves, synthèse). Ainsi, il ressort clairement que l'enseignement en collectif représente une part importante de la leçon et qu'il y a de nombreux allers-retours entre travail collectif et en groupe à partir de la consigne pour 1500 marches.

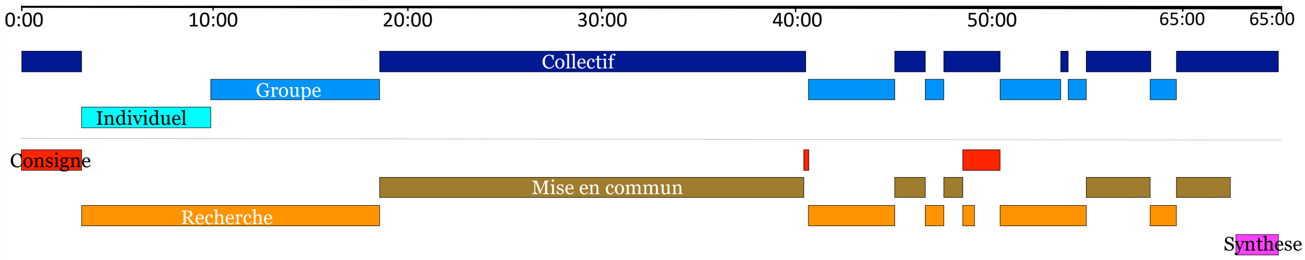



Fig. 6 : Déroulement de la leçon par modalité de travail et par phase

Si on compare la structure de cette leçon aux leçons suisses et japonaises analysées par Clivaz et Miyakawa (2020), on constate que cette leçon est proche de la structure de la leçon japonaise, en particulier dans l'alternance de moments collectifs de mise en commun et de recherche en groupes. Nous en concluons que lorsqu'une équipe planifie une leçon autour de la mise en commun, le déroulement effectif peut être proche d'une leçon ordinaire dans le contexte japonais.

**La mise en dialogue réalisée.** La comparaison des tableaux prévu et réalisé montre que la leçon s'est déroulée comme anticipée et que les procédures attendues ont effectivement été mises en œuvre et mises en dialogue : ainsi, la mise en dialogue s'est déroulée comme anticipée.

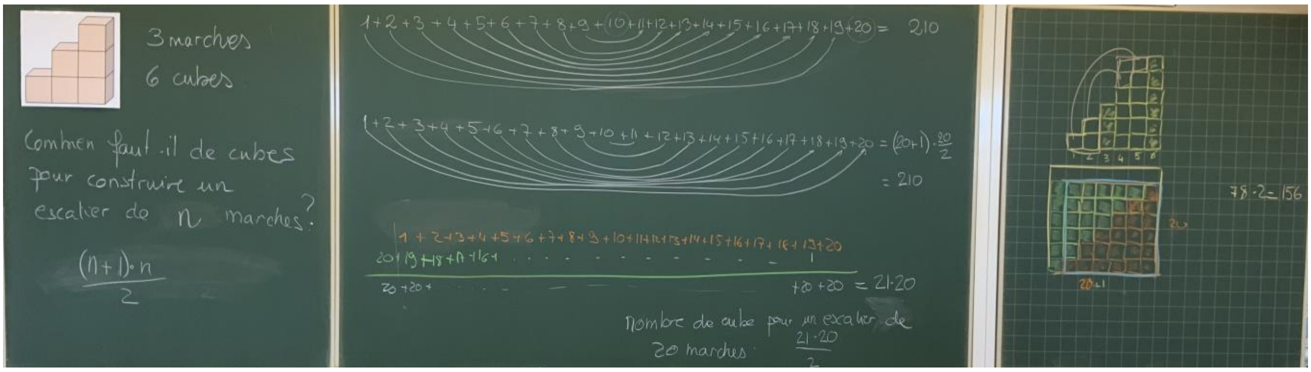



Fig. 7 : Tableau à la fin de la leçon

La mise en dialogue préparée par l'équipe (pour un escalier de 20 marches) repose sur la présentation des procédures arithmétiques et géométriques, mais aussi sur les passages entre la procédure arithmétique et celle géométrique associée. La mise en commun a permis la mise en dialogue entre les différentes représentations du problème (avec des mots, avec des écritures arithmétiques, avec une représentation géométrique) et les opérations en jeu (addition et multiplication : somme des 20 premiers entiers, produit $(20+1)\cdot\frac{20}{2}$, le double de la somme des 20 premiers entiers).

L'équipe a anticipé les représentations géométriques qui permettent d'illustrer :

- la somme des 20 premiers entiers (nombre de cubes pour un escalier de 20 marches) qui peut se voir de manière horizontale ou verticale.
- les regroupements des termes deux à deux de la somme en empilant les cubes aux extrémités de l'escalier.
- l'aire du rectangle donnée par la multiplication de sa longueur par sa largeur en prenant le cube comme unité (20·21 pour le double de l'escalier ou $21\cdot\frac{20}{2}$ pour l'escalier).

Notons qu'il est nécessaire de mettre au tableau ces différentes représentations afin de rendre possible ce dialogue entre élèves.

L'enseignante a proposé un nouveau problème en prolongement dont la procédure experte est hors de portée des élèves.

> Enseignante : Il y a P. qui a trouvé une autre méthode, mais je crois que je ne vais pas vous la montrer, car je vais perdre la moitié de la classe.
>
> Élève : Et l'autre moitié, elle veut peut-être savoir !

À deux reprises avant et pendant la leçon, l'enseignante a manifesté le fait que ses élèves n'y arriveraient pas ou ne comprendraient pas la procédure d'une élève. Or, les élèves l'ont surprise positivement par rapport à leurs apprentissages et réussites. Nous l'interprétons comme étant notamment le résultat de la préparation d'une leçon centrée sur la mise en dialogue des procédures.

L'enseignante a conclu la leçon par cette synthèse :

> Vous avez fait des liens entre les différentes méthodes : la méthode du dessin, la méthode « on additionne par morceaux » [...] Vous avez fait et découvert des mathématiques. Vous m'avez sidérée par toutes les solutions que vous avez trouvées, alors que vous ne vous considérez pas bon en maths. Ce n'est pas vrai. Vous avez tous trouvé des solutions !

Cette synthèse a souligné l'importance de faire des liens entre les différentes procédures, ce qui constitue l'essence même de l'activité mathématique. Autrement dit, la leçon ne s'est pas arrêtée lorsque les élèves ont trouvé la solution du problème pour un escalier de 20 marches, 1500 marches ou même $n$ marches. L'enseignante a également valorisé la démarche de recherche et la réussite des élèves lors de cette leçon.

## Discussion

### À partir des deux exemples

Les exemples présentés ont en commun plusieurs éléments, et présentent des différences qui permettent quelques réflexions sur la mise en commun, vue et pratiquée comme une mise en dialogue. Le point commun essentiel est dans la construction de savoirs qui est réalisée grâce aux liens entre les procédures de résolution du problème et entre les représentations de ces procédures.

Dans ces exemples, la leçon a porté sur la résolution d'un seul problème additif en 5H et d'un seul problème de calcul de cubes pour l'escalier simple (sans proposer les calculs de cubes pour les escaliers double et quadruple de la tâche des Moyens d'Enseignement Romands) accompagné d'un prolongement. Piloter son enseignement autour des mises en dialogue implique d'organiser sa leçon autour d'un seul problème, car l'enseignement en collectif prend du temps. Pour reprendre la citation attribuée à Pólya, c'est mieux de résoudre un problème de cinq manières différentes, plutôt que de résoudre cinq problèmes de la même manière.

Si ces exemples ont été choisis pour montrer les potentialités de la mise en dialogue, ils ne sont pas exceptionnels. Notre travail de recherche et de formation nous a permis d'observer des problèmes ayant un tel potentiel dans toute la scolarité, dès les premiers degrés et jusqu'à la fin du secondaire. Ces problèmes sont présents dans les moyens officiels ou dans des ouvrages présentant en particulier l'utilisation de la mise en dialogue dans une approche inspirée de l'enseignement japonais des mathématiques (en particulier Takahashi, 2021).

Dans ces deux exemples, les connaissances en situation sont utilisées, voire construites, par les élèves, individuellement ou en groupes, lors de la résolution du problème. Mais ce qui permet la transformation de ces connaissances particulières en savoir, c'est aussi le dialogue entre écriture arithmétique et « façon de voir », entre énoncé en mots et écriture arithmétique ou algébrique. C'est le lien entre les registres de représentation qui permet de justifier le choix d'une opération et donc de contribuer à la construction du savoir généralisé de la modélisation par une écriture arithmétique ou algébrique de la situation décrite par le problème. La mise en évidence et l'utilisation de ces liens prend du temps. Les deux mises en commun illustrées ont nécessité un temps de préparation de la part des enseignant·e·s concerné·e·s. Ces exemples montrent l'importance d'anticiper les procédures attendues et leurs liens lors de la préparation de la leçon. Ces mises en dialogue ont occupé un temps de classe important (respectivement 24 minutes et 22 minutes). Ce temps semble rarement pouvoir être investi lors des leçons de mathématiques et la sonnerie interrompt bien souvent les débuts de mise en commun. La volonté de planifier les deux leçons en partant de la mise en commun et en prévoyant un temps suffisant pour celle-ci a été nécessaire pour parvenir à garder ce temps. Toutefois, cet investissement a été rentable du point de vue des apprentissages des élèves donnés à voir lors des deux leçons, que ce soit la résolution de problème additif du type EEE en 5H ou la détermination d'un *pattern* en 10VP.

À moyen terme, le temps nécessaire à des exercices d'entraînement peut ensuite être réduit grâce à la construction des savoirs mathématiques lors de la *mise en dialogue*.

Mais le bénéfice à long terme de cette *mise en dialogue* est encore plus important, comme le montre notamment les résultats des élèves japonais en résolution de problèmes (Takahashi, 2021) ou de certaines écoles états-uniennes dont l'enseignement des mathématiques est basé sur la résolution de problèmes et sur la pratique de la mise en dialogue (voir par exemple Lewis & al., 2022), ou encore comme le laisse présager la réaction des élèves que nous avons observés. En effet, les moments de mise en dialogue permettent de développer un grand nombre de compétences qu'on pourrait qualifier de « paramathématiques » et transversales, en particulier :

- la compétence à justifier et à argumenter lors de véritables débats mathématiques
- la flexibilité nécessaire à comprendre d'autres raisonnements que le sien
- la capacité à tisser des liens entre des concepts

- le développement d'une attitude de résolution de problème et la représentation de ce qu'est la résolution de problème (il n'y a pas une seule manière de résoudre un problème et il n'y a pas d'automatisme pour résoudre un problème, résoudre un problème ne se résume pas à faire un calcul, il existe des problèmes avec plusieurs solutions…)
- le développement de la confiance (je suis capable de résoudre des problèmes) et du désir de comprendre des méthodes parfois plus élaborées de résoudre des problèmes (par exemple, l'élève qui manifeste qu'elle veut connaître la procédure annoncée comme hors de portée pour la moitié de la classe par l'enseignante de secondaire 1)
- la prise de conscience que les notions mathématiques servent à résoudre des problèmes
- la motivation à faire des mathématiques
- la pensée créatrice dans l'activité mathématique notamment par la diversité des procédures mises en œuvre

Compte tenu de l'investissement en temps de préparation et de classe nécessaire aux mises en dialogue, il nous semble que celles-ci devraient d'abord être réalisées dans les circonstances les plus propices possibles. En particulier, ces moments pourraient être mis en œuvre en priorité pour des activités dont un des objectifs est de développer une pensée mathématique et une attitude de résolutions de problèmes chez les élèves en plus de travailler une notion mathématique particulière. Il faut aussi que le problème proposé puisse effectivement être résolu de plusieurs manières différentes et que le dialogue entre les procédures ait le potentiel de générer des connaissances mathématiques. Les deux exemples de cet article illustrent ces circonstances. Ils illustrent aussi le fait que le travail de préparation et la créativité nécessaire à préparer ces mises en dialogue profitent fortement d'un travail collaboratif entre collègues. Ils illustrent surtout le fait que ces moments bénéficient à l'apprentissage mathématique des élèves, tant sur la notion visée qui est au cœur de la leçon que sur celui du développement d'une pensée mathématique et d'une compétence à résoudre des problèmes. Ils bénéficient aussi aux enseignant·e·s, que ce soit par les questions générées lors du travail de préparation que par la surprise générée par la capacité des élèves à résoudre le problème proposé et à « faire des mathématiques ».

## Des conséquences pour la formation

À partir des défis relevés par les enseignant·e·s avec lesquel·le·s nous avons travaillé, mais aussi de nos observations réalisées en formation, nous identifions maintenant les difficultés et les conditions nécessaires à la réalisation de mise en commun, particulièrement sous forme de mise en dialogue. Outre l'investissement en temps de préparation et de classe, une première difficulté consiste à faire ressortir les connaissances visées à partir des présentations des procédures des élèves. Pour relier les procédures des élèves avec les connaissances visées dans le problème, il est nécessaire d'avoir anticipé les différentes procédures possibles et les difficultés potentielles, ce qui fait partie de l'analyse a priori de la tâche. De plus, la mise en commun se réduit parfois à la validation des procédures et résultats, et se limite ainsi à une correction collective. Il est donc nécessaire de différencier une correction collective, parfois nécessaire, d'une mise en commun.

Une autre difficulté est le fait qu'il faut construire en temps réel la mise en commun des procédures des élèves sur un support qui aura dû être anticipé et préparé, mais non figé. Il peut être parfois utile de différer la mise en commun de la résolution de la tâche lors de la période suivante, car cela permet à l'enseignant·e de mieux organiser ce moment d'enseignement délicat, d'analyser les productions des élèves et de choisir l'ordre de passage des élèves ou groupe d'élèves. Par ailleurs, le support doit permettre à tous les élèves de voir, suivre et comprendre les procédures, idées et résultats présentés par leurs pairs. Le choix du support dépend des habitudes de l'enseignant·e, de l'équipement pédagogique dans la classe (tableau noir, tableau blanc, tableau blanc interactif, rétroprojecteur, ipads). L'utilisation et la gestion du support sont bien différentes selon les contextes éducatifs (Baldry & al., 2022 ; Tan, 2021; Tan & al., 2022 ; Train, 2013). De plus, l'enseignant·e organise la mise en commun dans un espace commun. Le support devient alors un point de focalisation de tous les regards. L'espace commun dans une classe d'école primaire est parfois un espace dédié à l'enseignement collectif. En plus du support qui doit permettre à tous les élèves de voir, suivre et comprendre les procédures présentées par leurs pairs, il est souvent nécessaire de reproduire la procédure avec le même matériel lors de la mise en dialogue que lors de la résolution de la tâche.

Une difficulté concerne le choix des productions qui seront discutées et celles qui seront écartées ou regroupées. Lors de la phase de recherche du problème, l'enseignant·e observe et relève les procédures mises en œuvre par les élèves et leurs erreurs. L'enseignant·e va alors choisir des procédures et des solutions différentes afin de viser une certaine représentativité de la diversité des procédures. De ce fait, il peut être utile à l'enseignant·e d'utiliser des étiquettes avec les prénoms des élèves comme pour notre premier exemple (ou simplement écrire les prénoms des élèves au tableau) pour identifier les procédures mises en œuvre qui sont proches et qui ne seront donc présentées et expliquées qu'une seule fois.

Pour déterminer l'ordre des productions, Stein *et al.* (2008) proposent de commencer par certaines procédures pour rendre les discussions mathématiques plus cohérentes et prévisibles : les procédures montrant des conceptions erronées, les procédures faciles à comprendre (par exemple avec des schémas), les procédures fréquemment utilisées avant celles plus rares ou encore les procédures avec des idées mathématiques proches les unes des autres (par exemple avec des idées similaires, mais différentes représentations).

Nous mettons en avant la nécessité de penser à l'articulation des procédures, et non d'abord de viser une hiérarchie entre elles lors des moments de mise en dialogue, dans l'objectif de construire collectivement les connaissances visées qui émergent des liens entre les différentes représentations. Cette mise en dialogue permettra toutefois de valider ou d'invalider certaines procédures, ce qui peut être considéré comme une première hiérarchisation.

## Conclusion

Les expérimentations menées ainsi que nos recherches respectives nous ont amenés à prendre conscience de l'importance de la mise en commun dans la construction des connaissances lors de leçon de mathématiques, tant à l'école primaire qu'au secondaire 1. En plus des enjeux d'apprentissage mathématiques, ces moments de mise en commun participent au développement de compétences « paramathématiques » et transversales. L'idée de *mise en dialogue* développé dans cet article vise à enrichir les formations initiales et continues de mathématiques tant au primaire qu'au secondaire. Nous pensons qu'elle ouvre également des pistes de recherche intéressante quant à la construction de connaissances mathématiques lors de la résolution de problèmes.

## Remerciements

Nous tenons à remercier les enseignantes qui ont participé à la formation post-grade InnoMaths : Nicole Deruaz, Loriane Perreten, Corinne Zoller, Sophie Chaubaroux, Célia Roduit, Gaëlle Weislo, Deborah Grosjean. Nous tenons également à remercier Anne Binz, enseignante de mathématiques au secondaire 1.

## Bibliographie

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions* [Université Paris Diderot]. https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01249807/document

Baldry, F., Mann, J., Horsman, R., Koiwa, D. & Foster, C. (2022). The use of carefully planned board work to support the productive discussion of multiple student responses in a Japanese problem-solving lesson. *Journal of Mathematics Teacher Education*. https://doi.org/10.1007/s10857-021-09511-6

Batteau, V. (2018). *Une étude de l'évolution des pratiques d'enseignants primaires vaudois dans le cadre du dispositif de formation lesson study en mathématiques* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. https://archive-ouverte.unige.ch/unige:106282

Batteau, V. (2021). Une étude des pratiques enseignantes dans le contexte d'écoles primaires japonaises lors de phase de neriage. Dans H. Chaachoua, A. Bessot, B. Barquero, L. Coulange, G. Cirade, P. Job, A.-C. Mathé, A. Pressiat, M. Schneider & F. Vandebrouck (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique: le point de vue de l'élève, questions curriculaires, grandeur et mesure* (XXème école d'été de didactique des mathématiques. Autrans-du 13 au 19 octobre 2019e éd., vol. 2, p. 437-446). ARDM.

Batteau, V. & Miyakawa, T. (2020). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon: une étude des pratiques d'un enseignant. *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives, 25*, 9–48.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* La pensée sauvage.

Chaubaroux, S., Deruaz, N., Grosjean, D., Perreten, L., Roduit, C., Weislo, G., Zoller, C. & Clivaz, S. (2022). *Plan de leçon: Mes problèmes préférés* [Plan de leçon]. 3LS. https://3ls.hepl.ch/wp-content/uploads/2023/03/plan-lecon-5H-Mesproblemespreferes-labo-3ls-2022-hep-vaud.pdf

CIIP. (2021). *Mes problèmes préférés.* ESPER. https://www.ciip-esper.ch/#/sequence/56/activite/492/ressource/TYPE_MATH_ACTIVITE

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study ? Kesako ? *Math-Ecole, 224*, 23–26. http://www.revue-mathematiques.ch/files/2614/6288/8786/ME224_Clivaz.pdf

Clivaz, S. & Dindyal, J. (2021). Représentations graphiques et résolution de problèmes: le cas de Singapour. *Grand N, 108*, 5–25.

Clivaz, S. & Miyakawa, T. (2020). The effects of culture on mathematics lessons: an international comparative study of a collaboratively designed lesson. *Educational Studies in Mathematics, 105*(1), 53–70. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09980-1

Clivaz, S., Sakamoto, M. & Tan, S. (2021). Comment une addition peut-elle devenir une soustraction ? Le rôle du schéma en barres dans une leçon de mathématiques japonaise. *Revue de Mathématiques pour l'école, 236*, 27–35. https://doi.org/10.26034/vd.rm.2021.1718

Corminboeuf, I., Hostettler, T., Odiet, D. & Mante, M. (2012). *Mathématiques 10*. Loisirs et pédagogie et Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin.

Coulange, L. (2011). Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2. Dans J.-Y. Rochex & J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 33-44). PUR.

Coulange, L. (2013). Quelle visibilité des connaissances et des savoirs ? L'institutionnalisation au cœur de la construction des inégalités scolaires Dans D. BUTLEN, I. Bloch, M. Bosch., C. Chambris, G. Cirade, S. Clivaz, S. Gobert, C. Hache, M. Hersant & C. Mangiante-Orsola (dir.), *Actes de la XVIIème école d'été de didactique des mathématiques* (vol. 1, p. 187-210). La pensée sauvage.

Lewis, C. C., Takahashi, A., Friedkin, S., Liebert, S. & Houseman, N. (2022). Sustained, Effective School-wide Lesson Study: How Do We Get There? *Vietnam Journal of Education*, 45-57.

Margolinas, C. & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J.-Y. Rochex & J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 33-44). PUR.

Pilet, J., Allard, C. & Horoks, J. (2019). Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun. *Education et francophonie, 47*(3), 121-139. https://doi.org/https://doi.org/10.7202/1066516ar

Shimizu, S., Funahashi, Y., Hanazono, H. & Murata, S. (2022). Japanese Lexicon. Dans C. Mesiti, M. Artigue, H. Hollingsworth, Y. Cao & D. Clarke (dir.), *Teachers talking about their classrooms: Learning from the professional lexicons of mathematics teachers around the world*. Routledge.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340.

Takahashi, A. (2021). *Teaching Mathematics Through Problem-Solving, A Pedagogical Approach from Japan*. Routledge.

Tan, S. (2021). *The explication of cultural scripts of Japanese classrooms through bansho analysis* [Doctoral dissertation, Nagoya University, Japan].

Tan, S., Clivaz, S. & Sakamoto, M. (2022). Presenting multiple representations at the chalkboard: bansho analysis of a Japanese mathematics classroom. *Journal of Education for Teaching*, 1-18. https://doi.org/10.1080/02607476.2022.2150538

Tièche Christinat, C. & Delémont, M. (2005). *Pratiques et discours: le nouvel enseignement des mathématiques 1P-4P sous la loupe*. IRDP.

Train, G. (2013). *Le tableau blanc interactif, un outil pour la classe de mathématiques ?* [Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot - Paris VII]. https://theses.hal.science/tel-00921871